

2.2.2.2 Großer Ganzton, pythagoräische Großterz und das Quintkomma (= "Pythagoräisches Komma" p) (RÜ)

a) Großer Ganzton

Intervalle	2 reine Quinten	minus 1 Oktave	gleich großer Ganzton
Proportionen	$3/2 * 3/2$	$* 1/2$	$= 9/8$
Centwerte	$702c + 702c$	$- 1.200c$	$= 204c$

b) Pythagoräische Großterz

Intervalle	4 reine Quinten	minus 2 Oktaven	gleich pythagoräische Großterz
Proportionen	$(3/2)^4$	$* (1/2)^2$	$= 3^4 / 2^8 = 81/64$
Centwerte	$4 * 702c$	$- 2.400c$	$408c$

bzw.

Intervalle	2 große Ganztöne	gleich pythagoräische Großterz
Proportionen	$9/8 * 9/8$	$= 81/64$
Centwerte	$204c + 204c$	$= 408c$

c) Quintkomma

Das pythagoräische Komma $\bar{p}$ ist der Unterschied zwischen 12 reinen Quinten und 7 Oktaven.

Intervalle	12 reine Quinten	minus 7 Oktaven	gleich Quintkomma
Proportionen	$(3/2)^{12}$	$* (1/2)^7$	$= 3^{12} / 2^{19} = 531.441 / 524.288$
Centwert ^{y)}	-----	-----	$= 23.460c$
Centwerte	$12 * 204c$	-----	$= 24c$

^{y)} Formel zur Erinnerung:

$$a_{\text{cent}} = \frac{\ln(f_2/f_1)}{\ln 2} * 1.200 \quad (\text{mit } f_2 > f_1)$$

In den Bruch f_2/f_1 soll hier direkt das Intervallverhältnis eingesetzt werden.

Bei den meisten (wissenschaftlichen) Taschenrechnern mit Logarithmusfunktionen ist die Eingabereihenfolge wie folgend:

$<f_2> </> <f_1>$
 $() <=> ()$
 $<\ln> </> <2> <\ln>$
 $() <=> ()$
 $<*> </> <2> <0> <0> <=>$

2.3.2.1 Die reine Großterz, die beiden Ganztöne und das Terzkomma (= "Syntonisches Komma" k) (RÜ)

a) Die reine Großterz und der kleine Ganzton

Intervalle	große Reinterz	minus großer Ganzton	gleich kleiner Ganzton
Proportionen	$5/4$	$* 8/9$	$= 40/36 = 10/9$
Centwerte	$386c$	$- 204c$	$= 182c$

b) Terzkomma

b₁) Großer vs. kleiner Ganzton

Das Terzkomma ist der Unterschied zwischen dem großen und dem kleinen Ganzton.

Intervalle	großer Ganzton	minus kleiner Ganzton	gleich Terzkomma
Proportionen	$9/8$	$* 9/10$	$81/80$
Centwert ^{y)}	-----	-----	$= 21.506c$
Centwerte	$204c$	$- 182c$	$= 22c$

b₂) Pythagoräische vs. reine Großterz

Das Terzkomma ist der Unterschied zwischen pythagoräischer und reiner Großterz.

Intervalle	pythagoräische Großterz	minus reine Großterz	gleich Terzkomma
Proportionen	$81/64$	$* 4/5$	$= 324/320 = 81/80$
Centwerte	$408c$	$- 386c$	$22c$

^{y)} Formel zur Erinnerung:

$$a_{\text{cent}} = \frac{\ln(f_2/f_1)}{\ln 2} * 1.200 \quad (\text{mit } f_2 > f_1)$$

In den Bruch f_2/f_1 soll hier direkt das Intervallverhältnis eingesetzt werden.

Bei den meisten (wissenschaftlichen) Taschenrechnern mit Logarithmusfunktionen ist die Eingabereihenfolge wie folgend:

$<f_2> </> <f_1>$
 $() <=> ()$
 $<\ln> </> <2> <\ln>$
 $() <=> ()$
 $<*> </> <2> <0> <0> <=>$

2.4.3 Das Tonnetz verschiedener reiner Dur-Tonleitern

Erläuterungen:

Es werden die Töne mit den internationalen Tonbezeichnungen wie folgt angegeben:

- A-B¹-C-D-E-F-G (Naturtöne)
- A#-B#-C#-D#-E#-F#-G# (Erhöhungen)
- Ab-Bb-Cb-Db-Eb-Fb-Gb (Vertiefungen)

In der Horizontalen (Zeile) liegen Quint-verwandte Töne, in der Vertikalen (Spalte) liegen darüber bzw. darunter (Rein-)Großterz-verwandte Töne.

Die erste Spalte zeigt die beiden verschiedenen Terzkomma-Niveaus, welche je nach Ausweichung/Modulation auch erweiterbar sind, in absteigender Reihenfolge an, da das Terzkomma die reinen Großterzen verkleinert¹.

In der unteren Ebene liegen (in Quinten geschichtet) die Grundtöne von Subdominante, Tonika und Dominante sowie die Dominantquint: I., II., IV. und V. Tonleiterstufe.

In **Dur** befinden sich die Durterzen der drei Hauptklänge auf der höherliegenden Ebene, da sie um ein Terzkomma tiefer klingen als ihre pythagoräischen Pendanten auf der Grundton-Ebene.

Die absoluten Ebenen (eindeutig: G₀, D₀, A₀ und E₀ sowie Bb₁ und Eb₁; mehrdeutig: C₀, F₀ bzw. C₁, F₁) orientieren sich an der Streicherpraxis (möglichst C-G-D-A-E in der Null-Ebene).

Beispiel: D₀-Dur

-1 0	B G	F# D	C# A	----- E
-1 0	-18 -4	-16 -2	-14 ±0	----- +2

Aufgaben:

Notiere die Tonnetze der reinen Dur-Tonleitern mit den Grundtönen A₀, Bb₁, E₀, Eb₁, G₀, C₁ bzw. C₀ und F₁, bzw. F₀ sowie deren Centwerte mit A₀ = ±0 Cent als Referenzwert.

A₀-Dur

-1 0	F# D	C# A	G# E	----- B
-1 0	-16 -2	-14 ±0	-12 +2	----- +4

Bb₁-Dur

0 1	G Eb	D Bb	A F	----- C
0 1	-4 +10	-2 +12	±0 +14	----- +16

-1 0	C# A	G# E	D# B	----- F#
----------------	---------	---------	---------	-------------

-1 0	-14 ±0	-12 +2	-10 +4	----- +6
----------------	-----------	-----------	-----------	-------------

0 1	C Ab	G Eb	D Bb	----- F
---------------	---------	---------	---------	------------

0 1	-6 +8	-4 +10	-2 +12	----- +14
---------------	----------	-----------	-----------	--------------

-1 0	E C	B G	F# D	----- A
----------------	--------	--------	---------	------------

-1 0	-20 -6	-18 -4	-16 -2	----- ±0
----------------	-----------	-----------	-----------	-------------

0 1	A F	E C	B G	----- D
---------------	--------	--------	--------	------------

0 1	±0 +14	+2 +16	+4 +18	----- +20
---------------	-----------	-----------	-----------	--------------

-1 0	A F	E C	B G	----- D
----------------	--------	--------	--------	------------

-1 0	-22 -8	-20 -6	-18 -4	----- -2
----------------	-----------	-----------	-----------	-------------

0 1	D Bb	A F	E C	----- G
---------------	---------	--------	--------	------------

0 1	-2 +12	±0 +14	+2 +16	----- +18
---------------	-----------	-----------	-----------	--------------

-1 0	D Bb	A F	E C	----- G
----------------	---------	--------	--------	------------

-1 0	-24 -10	-22 -8	-20 -6	----- -4
----------------	------------	-----------	-----------	-------------

¹ Es wird anstelle der deutschen Tonbezeichnung "H" mit dem international üblichen "B" gearbeitet; der deutsche Ton "B" entspricht dann also "Bb".
² im Verhältnis zur gleichstufigen Temperatur

2.7.3 Das Tonnetz verschiedener reiner Moll-Tonleiter

Erläuterungen:

Die verschiedenen Terzkomma-Niveaus liegen in Moll zwischen -1 und 1.

In **Äolisch-Moll** befinden sich die Mollterzen der drei Hauptklänge auf der tieferliegenden Ebene, da sie um ein Terzkomma höher klingen als ihre pythagoräischen Pendants auf der Grundton-Ebene.

Zu ergänzen sind die Durdominantterz von **Harmonisch-Moll** sowie die Dursubdominantterz von **Melodisch-Moll**.

Beispiel: d₀-Moll

-1	B	-----	C#	-----
0	G	D	A	E
+1	-----	Bb	F	C
-1	-18	-----	-14	-----
0	-4	-2	±0	+2
+1	-----	+12	+14	+16

Aufgaben:

Notiere die Tonnetze der reinen Moll-Tonleiter mit den Grundtönen a₀, e₁, g₀, h₁, c₀ und fis₋₁ sowie deren Centwerte mit A₀ = ±0 Cent als Referenzwert.

a₀-Moll

-1	F#	-----	G#	-----
0	D	A	E	B
+1	-----	F	C	G
-1	-16	-----	-12	-----
0	-2	±0	+2	+4
+1	-----	+14	+16	+18

e₁-Moll

-2	C#	-----	D#	-----
-1	A	E	B	F#
0	-----	C	G	D
-2	-36	-----	-32	-----
-1	-22	-20	-18	-16
0	-----	-6	-4	-2

g₀-Moll

-1	E	-----	F#	-----
0	C	G	D	A
+1	-----	Eb	Bb	F
-1	-20	-----	-16	-----
0	-6	-4	-2	±0
+1	-----	+10	+12	+14

h₁-Moll

-2	G#	-----	A#	-----
-1	E	B	F#	C#
0	-----	G	D	A
-2	-34	-----	-30	-----
-1	-20	-18	-16	-14
0	-----	-4	-2	±0

c₀-Moll

-1	A	-----	B	-----
0	F	C	G	D
+1	-----	Ab	Eb	Bb
-1	-22	-----	-18	-----
0	-8	-6	-4	-2
+1	-----	+8	+10	+12

fis₋₁-Moll

-2	D#	-----	E#	-----
-1	B	F#	C#	G#
0	-----	D	A	E
-2	-32	-----	-28	-----
-1	-18	-16	-14	-12
0	-----	-2	±0	+2

2.8.3.1 Terz-Komma" $\bar{k}$ zwischen II. und V. Stufe in Dur (RÜ)

Aufgabe:

Notiere das erweiterte Tonnetz von D-Dur (mit der tiefen II. Leiterstufe = Grundton des Dreiklangs auf der II. Stufe) und berechne die Differenz zwischen E_0 und E_{-1} !

(erweitertes) Tonnetz von D-Dur

-1	E	B	F#	C#	-----
0	-----	G	D	A	E
-1	-20	-18	-16	-14	-----
0	-----	-4	-2	±0	+2

Differenz zwischen E_0 und E_{-1} (inCentwerten):

E_0 (Quinte des Dreiklangs auf der V. Stufe)	$2 * +2c = +4c (-2 \rightarrow +2)$
E_{-1} (Grundton des Dreiklangs auf der II. Stufe)	$-14c - 4c = -18c (-2 \rightarrow -16 \rightarrow -20)$
Differenz	$\pm 22c (\bar{k})$

2.8.6.1 Terz-Komma" $\bar{k}$ zwischen IV. und VII. Stufe in Äolisch-Moll (RÜ)

Aufgabe:

Notiere das erweiterte Tonnetz von d_♭-Äolisch-Moll (mit der höheren IV. Leiterstufe = Quinte des Dreiklangs auf der VII. Stufe) und berechne die Differenz zwischen G_0 und G_1 !

(erweitertes) Tonnetz von d-Äolisch-Moll

0	G	D	A	E	-----
1	-----	B $\flat$	F	C	G
0	-4	-2	±0	+2	-----
1	-----	+12	+14	+16	+18

Differenz zwischen G_0 und G_1 :

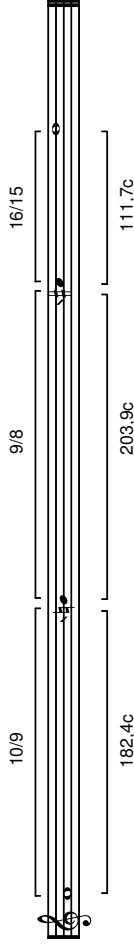
G_0 (Grundton des Dreiklangs auf der IV. Stufe)	$-2c (-2 \rightarrow -4)$
G_1 (Quinte des Dreiklangs auf der VII. Stufe)	$+14c + 6c = +20c (-2 \rightarrow +12 \rightarrow +18)$
Differenz	$\pm 22c (\bar{k})$

2.8.6 Vierstimmige Moll-Kadenzen mit IV-VII-Problem

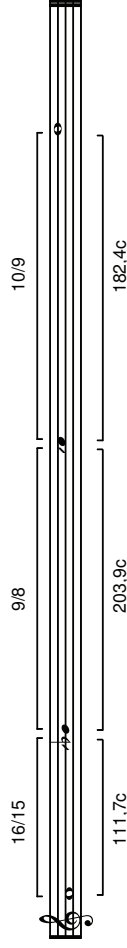
2.8.6.2 Der obere Tetrachord des durchchromatisierten Moll (Th)

Notensatz: Jörg Scheele

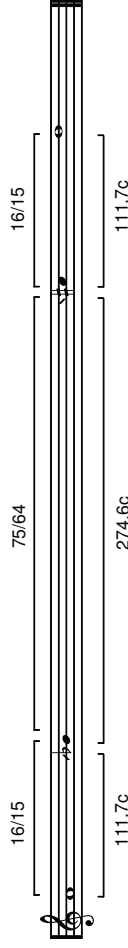
Melodisch-Moll (= Dur)



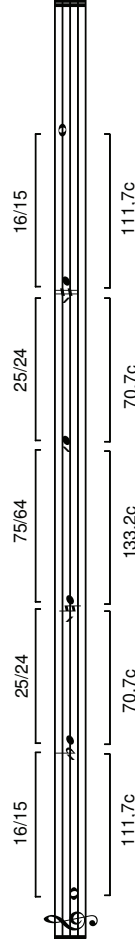
Äolisch-Moll



Harmonisch-Moll



Chromatik



16/15 [111,7c] = diatonischer Halbton

25/24 [70,7 c] = "kleines Chroma"

75/64 [133,2 c] = maximaler Ganzton (= "großes Limma")

2.8.6.2 Der obere Tetrachord des durchchromatisierten Molls (RÜ)

Aufgaben:

- 1.) Notiere das erweiterte Tonnetz von d_0 -Moll (mit den Durterzen von Dominante = Harmonisch- und Subdominante = Melodisch-Moll sowie mit der "phrygischen Sekund" = neapolitanische Sext) und berechne die Differenzen
 - zwischen Bb_1 und B_1 bzw. C_1 und $C\#_1$ (= chromatischer Halbtontschritt / "kleines Chroma"),
 - zwischen Bb_1 und $C\#_1$ (= übermäßige Sekunde) sowie
 - zwischen B_1 und C_1 (= "maximaler Halbton")!
- 2.) Ergänze außerdem im Theorieblatt zu 2.8.6.2 bei "Chromatik" die fehlenden Intervallverhältnisse sowie deren Namen und Centwerte!

(erweitertes) Tonnetz von d_0 -Moll (Harmonisch / Melodisch)

-1	B	-----	C#	-----
0	G	D	A	E
1	E b	B b	F	C
				G
-1	-18	-----	-14	-----
0	-4	-2	± 0	+2
1	+10	+12	+14	+16
				+18

Differenz zwischen Bb_1 und B_1 (inCentwerten):

Bb_1 (Mollsubdominanterz)	= kl. Terz über $G_0 = 6/5$ [316c]	+14c (-2 $\rightarrow$ +12)
B_1 (Dursubdominanterz)	= gr. Terz über $G_0 = 5/4$ [386c]	-2c - 14c = -16c (-2 $\rightarrow$ -4 $\rightarrow$ -18)
Differenz	gr. Terz minus kl. Terz	-30c
= "kleines Chroma"	$5/4 * 5/6 = 25/24$	71c (70,7c)

Differenz zwischen C_1 und $C\#_1$ (inCentwerten):

C_1 (Molldominanterz)	= kl. Terz über $A_0 = 6/5$ [316c]	+4c + 14c = +18c (-2 $\rightarrow$ +2 $\rightarrow$ +14)
$C\#_1$ (Durdominanterz)	= gr. Terz über $A_0 = 5/4$ [386c]	+2c - 14c = -12c (-2 $\rightarrow$ ± 0 $\rightarrow$ -14)
Differenz	gr. Terz minus kl. Terz	-30c
= "kleines Chroma"	$5/4 * 5/6 = 25/24$	71c (70,7c)

Differenz zwischen Bb und $C\#_1$ (inCentwerten):

Bb_1 (Mollsubdominanterz, s.o.)	= kl. Sext über $D_0 = 8/5$ [814c]	+14c (-2 $\rightarrow$ +12)
$C\#_1$ (Durdominanterz, s.o.)	= gr. Septim über $D_0 = 15/8$ [1.088c]	-12c (-2 $\rightarrow$ ± 0 $\rightarrow$ -14)
Differenz	gr. Septim minus kl. Sext	-26c
= übermäßige Sekunde	$15/8 * 5/8 = 75/64$	275c (274,6c)

Differenz zwischen B_1 und C_1 (inCentwerten):

B_1 (Dursubdominanterz, s.o.)	= gr. Sext über $D_0 = 5/3$ [884c]	-16c (-2 $\rightarrow$ -4 $\rightarrow$ -14)
C_1 (Molldominanterz, s.o.)	= gr. Kleinssept über $D_0 = 9/5$ [1.018c]	+18c (-2 $\rightarrow$ +2 $\rightarrow$ +16)
Differenz	gr. Kleinssept minus gr. Sext	34c
= max. Halbton (= "gr. Limma")	$9/5 * 3/5 = 27/25$	133c (133,2c)